

Mission Maritim Matematik - til underviseren

Mission Maritim Matematik er et online, scenariedidaktisk, undersøgende og praksisnært undervisningsforløb målrettet udskolingen. Forløbet tager udgangspunkt i et autentisk maritimt scenarie, hvor eleverne indtager rollen som skibsførere på et containerskib med ansvar for at transportere en selvvalgt og hemmelig last sikkert fra Honolulu i Hawaii til Los Angeles i USA.

Rejsen er opdelt i syv matematiske udfordringer, som afspejler virkelige situationer og problemstillinger, som en skibsfører skal kunne håndtere i praksis. Hver udfordring udgør et selvstændigt kapitel med tilhørende video, matematiske forklaringer og opgaver, som eleverne skal komme med løsningsforslag til. Aktiviteterne er organiseret i en rækkefølge, der både understøtter fortællingens udvikling og skaber faglig sammenhæng mellem opgaverne, ved at eleverne anvender nogle af deres egne tidligere resultater i det videre arbejde.

Forløbet er ikke opbygget efter en progression, hvor aktiviteterne gradvist bliver sværere eller lettere. Der vil derfor naturligt være variation i, hvor udfordrende de enkelte kapitler opleves af eleverne. Nogle af udfordringerne fremgår åbne med flere løsningsmuligheder, og andre er lukkede og opererer med et enkelt facit.

Hvert kapitel indledes med en video med Anna eller Albert fra Marstal Navigationsskole, hvor eleverne præsenteres for det konkrete scenarie og får indblik i den nødvendige matematiske viden, som skal anvendes til at løse kapitlets udfordringer.

Forløbet forventes at vare 7 lektioner.

Skibslogbog som hjælpemiddel og evalueringsværktøj

Alle aktiviteter dokumenteres og besvares i elevernes skibslogbog, som bør printes på forhånd. Skibslogbogen fungerer både som et arbejdsredskab, der skaber struktur og sammenhæng mellem opgaverne, og som dokumentation for elevernes arbejdsproces og besvarelser. Samtidig giver skibslogbogen, suppleret af dialog og observation, underviseren mulighed for at følge elevernes faglige udvikling og få indsigt i deres løsningsstrategier. Med skibslogbogen inviteres eleverne også til at arbejde analogt med udvalgte udfordringer og hjælpemidler.

Formål

De overordnede formål med forløbet er

1. At eleverne træner og anvender matematik i en konkret, virkelighedsnær og praksisnær kontekst.
2. At flere elever får interesse i og forståelse for matematik i maritime sammenhænge samt maritime uddannelser og erhverv.

Læringsmål

Kompetencemål:

- **Problembehandling:** Eleverne opstiller og løser matematiske problemer ved at arbejde undersøgende med delvist åbne og autentiske maritime problemstillinger.
- **Matematisk modellering:** Eleverne anvender matematiske modeller til at beskrive, analysere og oversætte mellem virkelige maritime problemstillinger og matematiske løsningsforslag.
- **Repræsentation og symbolbehandling:** Eleverne anvender formler, tabeller, kort, grafer, skitser og skibslogbogen til at arbejde med udtryk med variable og dokumentere deres arbejde.
- **Kommunikation:** Eleverne forklarer, argumenterer for og begrundes deres matematiske overvejelser, valg og løsningsforslag mundtligt og skriftligt.
- **Hjælpemidler:** Eleverne anvender kort, måleredskaber og lommeregner.

Færdigheds- og vidensmål:

- **Tal og algebra**
 - beregne vægt ud fra rumfang og densitet.
 - arbejde med variable størrelser og sammenhænge.
 - beregne afstande ved hjælp af kort og målestoksforhold.

- regne med og omregne mellem enheder.
- finde og aflæse sammenhænge mellem hastighed, tid og distance samt vægt og brændstofforbrug.
- **Geometri og måling**
 - arbejde med afstande, koordinater, positioner og verdenshjørner.
 - arbejde med vinkler, kurs, kompasretninger, sigtelinjer og skæringspunkter.
 - måle længder og justere retninger ved hjælp af vektorer.
- **Statistik og sandsynlighed**
 - undersøge sammenhænge og aflæse og fortolke modeller, tabeller, kort og data.

Materialer, der skal anvendes

- Computer med adgang til <https://www.webmatematik.dk/lektioner/mission-maritim-matematik>
- Skibsslogbog udprintet til alle elever
- Blyant, lineal og vinkelmåler
- CAS-værktøj (en simpel lommeregner er nok)
- Kompas (f.eks. på telefon)
- Eventuelt hovedtelefoner

Forslag til overordnet struktur

Introduktion

- Præsentation af forløbets formål, opbygning og skibsfører-scenariet via <https://www.webmatematik.dk/lektioner/mission-maritim-matematik>
- Introduktion af skibsslogbogen og underviserens forventninger til anvendelsen af den.
- Intro-videoen vises <https://www.webmatematik.dk/lektioner/mission-maritim-matematik/start>

De syv udfordringer

Forløbet lægger op til elevsamarbejde med mundtlige drøftelser af indhold og løsninger. På følgende måde *kan* man strukturere arbejdet med de enkelte udfordringer:

- Opsamling på forrige udfordrings matematiske indhold og løsningsmuligheder.
- Den nye udfordrings tilhørende video ses, og indhold diskuteres i plenum.
- Udfordring og det matematiske indhold læses og kommunikeres f.eks. i grupper og plenum.
- Ud fra underviserens vurdering, *kan* der samles op på:
 - Hvad handler udfordringen om?
 - Hvilket matematikfagligt indhold skal der arbejdes med?
 - Er der resultater fra tidligere udfordringer, der skal bruges?
 - Hvilke undersøgelser eller opgaver skal I arbejde med?
 - Hvordan skal løsningsforslagene og arbejdet med dem noteres, præsenteres, kommunikeres?
- Der arbejdes med løsningsforslag til udfordringen ved hjælp af skibsslogbogen.
- Fællesgørelse og refleksion (evt. først i næste lektion, hvis alle ikke er nået lige langt/har været fraværende)

Afslutning

Skibsslogbøgerne anvendes som evalueringsredskab og kan evt. hænges op til udstilling.

Forslag til afsluttende refleksionsspørgsmål:

1. Hvad er maritim matematik?
2. Hvilken matematik har I haft brug for at kende til og anvende i forløbet?
3. I hvilke andre sammenhænge kan den samme matematik anvendes?
4. Hvilken del af indholdet kunne det være godt at arbejde videre med eller træne yderligere?
5. Hvilke andre udfordringer kunne man støde på i forbindelse med søfart?

Fællesfaglige perspektiver

Forløbet kan med fordel udvides og kobles mere til geografi (kort og navigation), fysik/kemi (fart, energi, brændstof, masse og volumen) samt uddannelse og erhverv med fokus på maritime arbejdsområder.

De enkelte udfordringer - 1 lektion til hver

1. Hvor meget skal lastes?

Scenarie	To containere skal fyldes med to forskellige valgfrie materialer. Herefter skal vægten af hver container beregnes.
Begreber	Rumfang, densitet, masse, enheder
Hvilken matematik?	Symbolgenkendelse, indsæt i formler, simpel procentregning
Redskaber	Blyant, lommeregner
Udfordringen indeholder	- Gennemgang af scenariet med video. - Introduktion til formlerne for rumfang og densitet. - Eksempel på beregning af masse. Eleven skal: - Vælge materialer. - Beregne rumfanget af containeren og af lasten. - Beregne vægt af lasten og af containere med last. - Notere svarene i skibsløgbogen.
Forslag til løsninger	1. Indvendigt rumfang af container: $V = 5,87m \cdot 2,33m \cdot 2,35m = 32,14m^3$ 2. Rumfang af last: $V_{last} = 32,14m^3 \cdot 0,9 = 28,93m^3$ 3. 2240 kg (mål aflæses i tabel) 4. Materialer: Fx flødeboller (container 1) og fodbolde (container 2) 5. Masse af last: $m_{flødeboller} = 28,93m^3 \cdot 400 \frac{kg}{m^3} = 11570,83kg$ $m_{fodbolde} = 28,93m^3 \cdot 1200 \frac{kg}{m^3} = 34712,48kg$ 6. Masse af containere med last: $m_{con1} = m_{con} + m_{flødeboller} = 2240kg + 11570,83kg = 13810,83kg = 13,8 t$ $m_{con2} = m_{con} + m_{fodbolde} = 2240kg + 34712,48kg = 36952,48kg = 37,0 t$
Vil du mere?	Der kan arbejdes med rumfang af andre former. Hvordan ville man beregne det, hvis containerne var en cylinder? Man kan også arbejde med andre/flere materialer og evt. prøve selv at bestemme materialernes densitet ved at måle masse og rumfang af dem. Måske i samarbejde med fysiklærer.

2. Hvordan placeres containerne?

Scenarie	Containerne skal placeres på skibet, så skibets ligevægt beholdes. Da containernes masse er forskellig, skal deres afstand fra ligevægtspunktet også være forskellig for at bevare ligevægten.
Begreber	Ligevægt, masse, afstand
Hvilken matematik?	Symbolgenkendelse, indeksering på symboler, indsæt i formel, variabelsammenhæng.
Redskaber	Blyant, lineal, lommeregner
Udfordringen indeholder	- Gennemgang af scenariet med video. - Introduktion til konceptet om ligevægtsbevarelse. - Gennemgang af formel-sammenhængen mellem afstande og masser. - Eksempel på beregning af en afstand ud fra masser og en anden afstand. Eleven skal: - Finde ud af med hvilken afstand til ligevægtspunktet de to containere skal placeres for at bevare ligevægten. (Der kan være flere løsninger.) - o Ved at bruge formlerne. - o Ved at prøve sig frem så $m \cdot l$ bliver (ca.) det samme tal for de to containere. - Tegne containernes placering ind i skibsslogbogen.
Forslag til løsninger	1. Formel med masser fra udfordring 1: $l_{con1} = \frac{36952,48kg \cdot l_{con2}}{13810,83kg} = 2,68 \cdot l_{con2}$ 2. Beregning af afstand for container 1, når den for container 2 er 3 m: $l_{con1} = 2,68 \cdot 3m = 8,04m$ 3. Beregning af afstand for container 1, når den for container 2 er 5 m: $l_{con1} = 2,68 \cdot 5m = 13,4m$ - Det kan ikke lade sig gøre, da der kun er 10 m på hver side af ligevægtspunktet. - Afstanden kan heller ikke være mindre end det halve af containerens bredde.
Vil du mere?	Tilføj flere akser, dvs. hvad hvis man også skal bevare ligevægten på langs? I virkeligheden vil man gerne have at skibet har en lille hældning på den led, så bagenden af skibet ligger tungere end forenden. Hvordan kan det sikres? Og hvorfor vil man mon have det? Anskue variabelsammenhængen som en lineær funktion. Tegn den evt. i GeoGebra eller lignende. Formlen stammer fra vægtstangsprincippet i fysikkens verden, $M = F \cdot d$, hvor M er momentet, F er kraften og d er afstanden. Når der er ligevægt, er momentet for de to containere lige stort. Kraften, de påvirkes af, er tyngdekraften. Overvej samarbejde med en fysiklærer.

3. Hvor er skibet, og hvor skal det hen?

Scenarie	Placeringen af Honolulu og Los Angeles i Jordens gradnet skal findes, så det kan blive tastet ind i skibets GPS.
Begreber	Jordens gradnet, længde- og breddegrader, nordlig og sydlig halvkugle, vestlig og østlig halvkugle, decimalgrader, bueminutter og -sekunder
Hvilken matematik?	Koordinatsystem, koordinaters fortegn som bestemmelse for placering, omregning af enheder
Redskaber	Blyant, lommeregner
Udfordringen indeholder	- Gennemgang af scenariet med video. - Introduktion til konceptet om Jordens gradnet og længde- og breddegrader. - Introduktion til grader, bueminutter, buesekunder og decimalgrader. - Gennemgang af jordens halvkugler ud fra nullinjer og fortegn på decimalgrader. - Omregning mellem bueminutter og decimalgrader. - Eksempel på omregning mellem decimalgrader og bueminutter. Eleven skal: - Aflæse koordinaterne for Honolulu og Los Angeles og finde ud af om de ligger mod nord eller syd samt øst eller vest ift. de to nullinjer. - Omregne koordinaterne for Honolulu fra decimalgrader til bueminutter og -sekunder og den anden vej for koordinaterne til Los Angeles. - Skrive udregningerne og resultaterne ind i skibets logbog.
Forslag til løsninger	1. Første koordinat er positivt, så Honolulu er på den nordlige halvkugle Andet koordinat er negativt, så Honolulu befinder sig mod vest 2. Fra bogstaverne i koordinaterne, ses det at Los Angeles ligger mod nord og vest 3. Honolulu's koordinater: $21,312935^\circ, -157,846731^\circ$ Nord: - Grader: 21° - Bueminutter: $0,312935 \cdot 60 = 18,7761 \Rightarrow 18'$ - Buesekunder: $0,7761 \cdot 60 = 46,566 \Rightarrow 47''$ Vest: - Grader: 157° - Bueminutter: $0,846731 \cdot 60 = 50,80386 \Rightarrow 50'$ - Buesekunder: $0,80386 \cdot 60 = 48,2316 \Rightarrow 48''$ Samlet: $21^\circ 18' 47''$ N, $157^\circ 50' 48''$ V 4. Los Angeles koordinater: $34^\circ 03' 08''$ N, $118^\circ 14' 37''$ V Første koordinat (nord, så positiv): - Fra grader: 34° - Fra bueminutter: $3: 60 = 0,05^\circ$ - Fra buesekunder: $8: 3600 = 0,002222^\circ$ - Samlet: $34^\circ + 0,05^\circ + 0,002222^\circ = 34,052222^\circ$ Andet koordinat (vest, så negativ): - Fra grader: -118° - Fra bueminutter: $-14: 60 = -0,233333^\circ$ - Fra buesekunder: $-37: 3600 = -0,010278^\circ$ - Samlet: $-118^\circ - 0,233333^\circ - 0,010278^\circ = -118,243611^\circ$ Samlet (afrundet): $34,05^\circ, -118,24^\circ$
Vil du mere?	Geografilærere kan evt. involveres. Der kan arbejdes med koordinater til andre positioner. Det kan være skolens placering, et land eleverne har besøgt eller drømmer om at besøge. Her kan eleverne aflæse koordinater fra en globus eller et atlas og angive koordinaterne med begge typer af grad-angivelse.

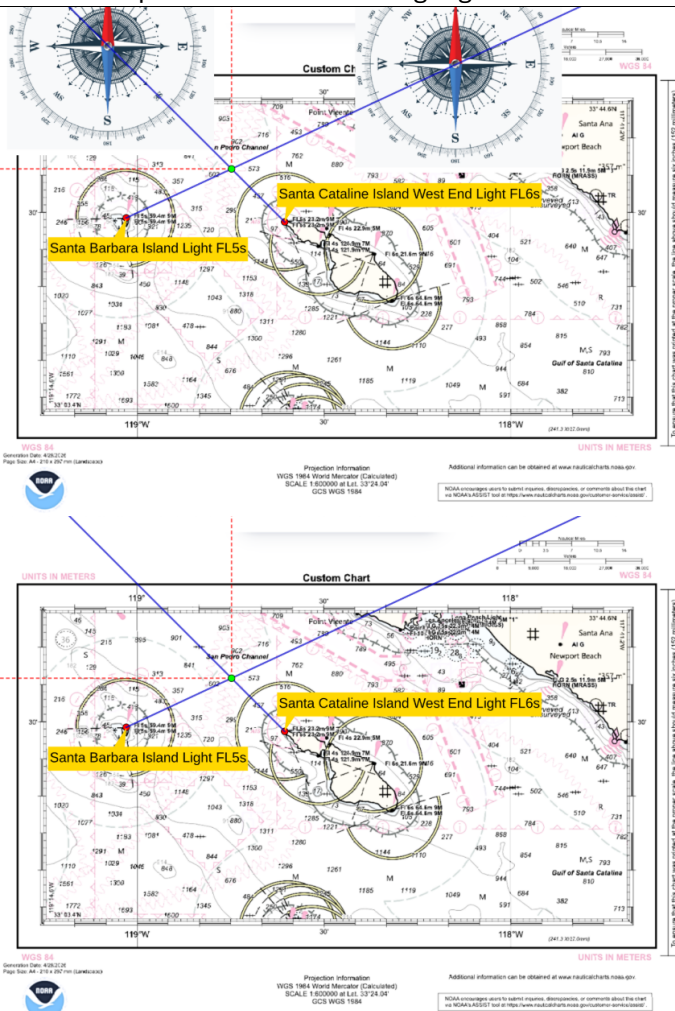
4. Hvor lang er rejsen?

Scenarie	Afstanden fra Honolulu til Los Angeles skal findes ud fra et oversejlingskort og ved brug af målestoksforhold
Begreber	Oversejlingskort, målestoksforhold, km, sømil
Hvilken matematik?	Afstandsmåling, målestoksforhold, omregning mellem enheder
Redskaber	Oversejlingskort fra skibsløgbogen, blyant, lineal, lommeregner
Udfordringen indeholder	- Gennemgang af scenariet med video. - Introduktion til kort og målestoksforhold. - Gennemgang af omregning fra cm til km og km til sømil. - Eksempel på beregning af afstand mellem Santa Ana og Comayague og omregning til sømil. Eleven skal: - Finde målestoksforholdet på kortet i skibsløgbogen og beskrive hvad det viser. - Finde afstanden fra Honolulu til Los Angeles i både km og sømil. - Skrive udregningerne og resultaterne ind i skibsløgbogen.
Forslag til løsninger	1. Målestoksforholdet er repræsenteret med en klamme i nederste højre hjørne. 2. OBS. Små måleforskel giver forskellige svar. Klammens længde måles til 1,15 cm. Vi ved derfor at 1,15 cm på kortet svarer til 500 km. Vi udregner derfor, at 1 cm svarer til 434,78 km: $500: 1,15 = 434,78$ 3. Afstanden mellem de to byer på kortet måles til 10,25 cm. Der omregnes til hvad det svarer til i virkeligheden: $10,25 \cdot 434,78 \text{ km} = 4456,50 \text{ km}$ 4. Omregning til sømil: $4456,50 \text{ km} = \frac{4456,50 \text{ km}}{1,852 \text{ km/sømil}} = 2406,32 \text{ sømil}$
Vil du mere?	Man kan finde afstanden ud fra koordinaterne i stedet, da et bueminut svarer til en sømil. Det gøres ved at finde differencen i nordlig og vestlig retning og anvende Pythagoras, som det ses her: Koordinater nord i bueminutter: - Honolulu: Fra decimalgrader: $21,312935^\circ \cdot 60 = 1278,7761'$ - Los Angeles: $34^\circ \cdot 60 = 2040'$, $8'' : 60 = 0,133333'$ $\Rightarrow 2040' + 3' + 0,133333' = 2043,133333'$ - Difference: $2043,133333' - 1278,7761 = 764,3572'$ Koordinater vest i bueminutter: - Honolulu: $157,846731^\circ \cdot 60 = 9470,80386'$ - Los Angeles: $118^\circ \cdot 60 = 7080'$, $37'' : 60 = 0,616667'$ $\Rightarrow 7080' + 14' + 0,616667' = 7094,616667'$ - Difference: $9470,80386' - 7094,616667' = 2376,187193'$ Hypotenusen: $\sqrt{2376,187193^2 + 764,3572^2} = 2496,098467' = 2496$ Herved bestemmes afstanden til 2496 sømil.

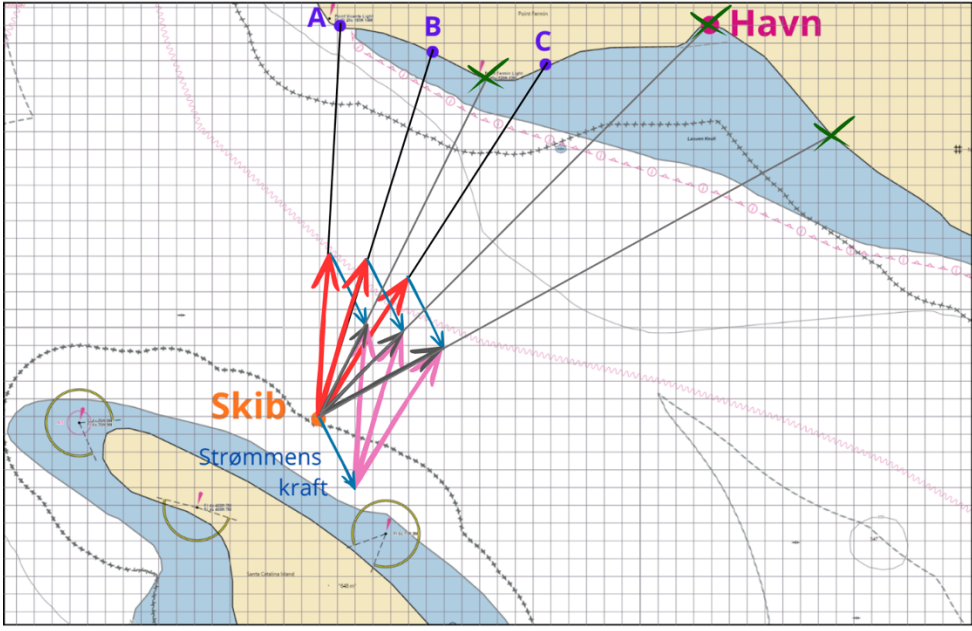
5. Hvor meget brændstof skal tankes?

Scenarie	Mængden af brændstof, der er nødvendig for at klare rejsen, skal findes, så man ved hvor meget man skal tanke på skibet. Dette kræver at tidslængden af rejsen findes i døgn.
Begreber	Brændstofforbrug, masse, hastighed, knob, tid
Hvilken matematik?	Symbolgenkendelse, indsæt i formel, omregning, aflæsning af grafer
Redskaber	Grafen i skibsslogbogen, blyant, lineal, lommeregner
Udfordringen indeholder	- Introduktion til scenariet med video. - Introduktion til hvad der har betydning for brændstofforbrug. - Forklaring af knob, brændstofforbrug i L/døgn og ekstra forbrug pr. ton last. - Eksempel med beregning af rejsetid ud fra hastighed og distance og omregning fra timer til døgn. - Gennemgang af aflæsning af grafer. Eleven skal: - Udregne hvor lang tid rejsen kommer til at tage i timer og døgn. - Aflæse på grafen i skibsslogbogen, hvor meget brændstof, rejsen ville kræve uden last. - Aflæse på grafen i skibsslogbogen, hvor meget brændstof, rejsen kræver med deres valgte last. - Skrive udregningerne og resultaterne ind i skibsslogbogen.
Forslag til løsninger	Vi bruger vægt af last og afstand fra tidligere løsningsforslag: - $m_{\text{con1}} = 13819,83 \text{ kg}$, $m_{\text{con2}} = 36952,48 \text{ kg}$ $\Rightarrow m_{\text{last}} = 13810,83 \text{ kg} + 36952,48 \text{ kg} = 50763,31 \text{ kg} \approx 50,8 \text{ ton}$ - Afstand: 2406,32 sømil 1. $t = \frac{x}{v} = \frac{2406,32 \text{ sømil}}{13 \text{ sømil/time}} = 185,1 \text{ timer} \approx 185 \text{ timer}$ 2. $185 \text{ timer} = \frac{185 \text{ timer}}{24 \text{ timer/døgn}} = 7,7 \text{ døgn}$ Vi runder op til 8 døgn 3. Vi aflæser ved 0 ton last på funktionen for 8 døgn: Rejsen ville kræve 72.000 liter brændstof uden last 4. Vi aflæser ved 51 ton last på samme funktion: Rejsen ville kræve ca. 73.000 liter brændstof med vores last 5. Ekstra: Brændstofforbrug: $9000 \text{ L/døgn} \cdot 8 \text{ døgn} + 50,8 \text{ ton} \cdot 3 \text{ L/(ton} \cdot \text{døgn)} \cdot 8 \text{ døgn} = 73,219 \text{ L}$
Vil du mere?	Der kan arbejdes mere med funktioner ved f.eks. at opskrive funktionsforskriften og bruge den til beregningerne i stedet for grafen.

6. Hvor er skibet nu?

Scenarie	GPS'en går i stykker og skibets position skal findes ved brug af søkort, pejling til fyrtårne og kompas.
Begreber	Søkort, bredde- og længdegrader, kompas, fyr
Hvilken matematik?	Vinkler, skæringspunkter
Redskaber	Søkort i skibsslogbogen, kompas, vinkelmåler, blyant, lineal, evt lommeregner
Udfordringen indeholder	Fælles: - Gennemgang af scenariet med video. - Introduktion til søkort og markeringer af fyr. - Gennemgang af skæringspunkter. - Gennemgang af brug af kompas med et søkort. - Eksempel på at finde position ved brug af pejlinger, kompas og skæringspunkt. Eleven skal nu: - Indtegne de to rette linjer på søkortet der passer til de givne vinkler. - Finde skæringspunktet. - Aflæse positionen i længde- og breddegrader. <i>OBS: Det kan være lidt svært af aflæse.</i> - Skrive positionen ind i skibsslogbogen.
Forslag til løsninger	 Aflæsning: 33°36'N, 118°45'V
Vil du mere?	Hvor langt har du rejst mod nord siden første pejling? Svar: 20 bueminutter/sømil Hvor langt har du rejst mod øst? Svar: 6 sømil Hvor langt har du sejlet? Svar: $\sqrt{20^2 + 6^2} = 20,9$, ca 21 sømil

7. Hvor skal der sigtes mod?

Scenarie	På grund af havstrømme skal det udforskes, hvor man skal sigte skibet mod for at ramme havnen.
Begreber	Sigte, havn, strøm, sejlretning, kræfter, kurs, vektorer
Hvilken matematik?	Vektorer, vektoraddition (grafisk)
Redskaber	Havnekort fra skibsløgbogen, blyant, lineal
Udfordringen indeholder	Fælles: - Gennemgang af scenariet med video. - Introduktion af vektorer og deres komponenter (retning og størrelse). - Gennemgang af grafisk vektoraddition ved kræfternes parallelogram. - Eksempel på vektoraddition af strømmens kraft og skibets motorkraft, hvor man rammer forbi havnen. Eleven skal nu: - Prøve sig frem med de forskellige sigtepunkter på kortet i skibsløgbogen: - Tegne en linje fra skibet til sigtepunktet. - Tegne skibets motorkraft på linjen. - Finde skibets faktiske retning ved brug af kræfternes parallelogram. - Forlænge den nye vektor for afgøre, om skibet rammer havnen. - Notere hvilket sigtepunkt der er det rigtige.
Forslag til løsninger	Strømmens kraft måles til 1,9 cm. Skibets motorkraft skal derfor være 3,8 cm.  Der skal sigtes mod B for at skibet ankommer i havnen.
Vil du mere?	Der kan arbejdes videre med vektorer på flere måder: - Man kan ændre på forholdet mellem strøm og motorkraft og se, hvordan det påvirker, hvor man skal pejle hen. - Man kan arbejde med hvordan vektorer trækkes fra hinanden grafisk, og dermed løse pejlingsopgaven mere direkte. Et eksempel kunne være, at den resulterende kraft er tre gange så stor som strømmens. Her kan man finde ud af, hvad man skal pejle mod ved at trække strømmens kraft fra den resulterende kraft. - Der kan arbejdes med en algebraisk repræsentation af vektorer (se evt. https://www.webmatematik.dk/lektioner/matematik-b/vektorer-i-2d/vektorer). I samarbejde med fysik kan man arbejde videre med kræfter og undersøge, hvordan andre kræfter også kan repræsenteres med vektorer.